

The Grey Forecasting Modelling and Its Application

Halis Bilgil^{a,*}, Zafer Ozturk^b, Emine Ozgul^b

^aAksaray University, Department of Mathematics, 68100, Aksaray, Turkey

^b Aksaray University, Graduate School of Natural and Applied Sciences , 68100, Aksaray, Turkey

•Received Date: Apr 6, 2019

•Accepted Date: Nov 4, 2019

•Published Online: Dec 4, 2019

Abstract

Grey theory is an effective theory that deals with systems which have imperfect data or weak information. Effective and very accurate estimates can be created for the future by utilizing a small number of data in this theory. The grey modeling method is a sub-branch of the grey systems theory and the modeling process is done by using the related differential equations. The least squares approach plays an important role on accuracy of the results. Using the GM(1,1) modeling method, which is the basis of grey prediction models with its accuracy and usefulness, the tax income to be obtained in the following years are estimated. These estimates are very useful for economic policies, especially for local governments.

Keywords

Grey Estimation Model, Grey System Theory, Forecasting Accuracy, Least Squares Method

*Corresponding Author: Halis Bilgil, halis@aksaray.edu.tr

Gri Tahmin Modeli ve Uygulaması

Halis Bilgil^{a,*}, Zafer Öztürk^b, Emine Özgül^b

^aAksaray Üniversitesi, Matematik Bölümü, 68100, Aksaray, Türkiye

^bAksaray Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 68100, Aksaray, Türkiye

•Gönderi Tarihi: 6 Nis 2019

•Kabul Tarihi: 4 Kas 2019

•Çevrimiçi Yayın Tarihi: 4 Ara 2019

Özet

Gri teori, zayıf bilgi veya bilgilerin eksik olduğu sistemlerle ilgilenen etkili bir teoridir. Bu teoride az sayıda veriden faydalanarak gelecek zamanlar için etkin ve oldukça yaklaşık tahminler oluşturulabilmektedir. Gri modelleme yöntemi, gri sistemler teorisinin bir alt dalı olup, modelleme işlemi ilgili fark denklemleri ve diferansiyel denklemler kullanılarak yapılır. En küçük kareler yaklaşımı sonuçların uygunluğu üzerinde önemli bir rol oynamaktadır. Kesinliği ve kullanışlılığı ile gri tahmin modellerinin temelini oluşturan GM(1,1) modelleme yöntemi kullanılarak, Aksaray ilinden ileriki yıllarda elde edilecek vergi gelirlerinin tahmini yapılmıştır. Bu tahminler başta yerel yönetimler olmak üzere ekonomik politikalar için oldukça faydalıdır.

Anahtar Kelimeler

Gri Tahmin Modeli, Gri Sistem Teorisi, Tahmin Doğruluğu, En Küçük Kareler Yöntemi

*Sorumlu Yazar: Halis Bilgil, halis@aksaray.edu.tr

1. GİRİŞ

Gri modelleme (GM) yöntemi gri sistemler teorisinde önemli bir rol oynamakta olup ilk olarak Deng (1982) tarafından ortaya atılmıştır. Bu modelleme GM(1,1) şeklinde ifade edilir ve az sayıda veriden yola çıkarak yüksek kesinlikte tahminler üretmekte kullanılır [1].

Gri tahmin modelleme yöntemi endüstri, bilim ve teknoloji, ekonomi, enerji tüketimi gibi birçok alanda başarılı olarak kullanılmıştır [2-8]. Son yıllarda GM(1,1) modelinin geliştirilmiş ya da modifiye edilmiş versiyonları araştırmacılar tarafından çalışılmıştır [9-13]. Gri modelleme yöntemleri daha çok üstel olarak artan sayı dizilerinin tahminlerinde etkili sonuçlar vermektedir.

Bu çalışmada GM(1,1) modelleme yöntemi yardımıyla, Aksaray İlindeki 2004-2017 yılları arasında bilinen vergi gelirleri alınarak 2024 yılına kadar Aksaray'dan elde edilebilecek vergi gelirleri miktarları tahmin edilmiştir. Eldeki verilerin de aynı modelle yapılan tahminleri sonucunda, hata oranının çok az olduğu görülmüş ve bu durum sonraki tahminlerin de kesinliği hakkında cesaret vermiştir.

Bu makale 4 Bölümden oluşmakta olup 2. Bölümde Gri modelleme GM(1,1) metodu verilmiştir. GM(1,1) metodunun Aksaray'dan elde edilebilecek vergi gelirleri üzerine uygulaması Üçüncü Bölümde yapılmıştır. Dördüncü ve son bölümde ise elde edilen bulgulara dayanan sonuçlar verilmiştir.

2. TEORİ VE YÖNTEMLER

2.1 Gri Modelleme Teorisi

1. Adım: Başlangıç verileri ile $X^{(0)}$ veri dizisi oluşturulur.

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)) \quad (1)$$

2. Adım: $X^{(1)}$ Birikimli toplam dizisi oluşturulur.

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)) \quad x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) \quad (2)$$

3. Adım: Birinci dereceden ortalama değer operatörü $Z^{(1)}$ oluşturulur.

$$Z^{(1)}(k) = \frac{x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)}{2} \quad Z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)) \quad (3)$$

4. Adım:

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$$

eşitliğinden a ve b katsayıları en küçük kareler metodu ile belirlenir. Burada k bir zaman noktasını a ve b ise sırasıyla geliştirme ve iletme katsayısıdır [13].

$$\begin{aligned}
 x^{(0)}(2) + az^{(1)}(2) &= b \\
 x^{(0)}(3) + az^{(1)}(3) &= b \\
 &\vdots \\
 x^{(0)}(n) + az^{(1)}(n) &= b
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

sisteminden

$$B = \begin{pmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{pmatrix}, \quad \hat{a} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$Y = B\hat{a}$ elde edilir. Burada amaç a ve b katsayılarını belirlemektir. En küçük kareler yöntemine göre $Y = B\hat{a}$ eşitliğinin her iki tarafını B^T ile çarpılırsa,

$$B^T Y = B^T B \hat{a}$$

elde edilip burada,

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y$$

bulunur. Bu modelin parametrelerini hesaplamak için matris çarpma algoritması ve en küçük kareler methodu kullanılır.

5.Adım:

$$\frac{dx^{(1)}(k)}{dk} + ax^{(1)}(k) = b$$

denklemini çözümlü tahmin modeli oluşturulur. Bu denklemin genel çözümü,

$$\hat{x}^{(1)}(k + 1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right) e^{-ak} + \frac{b}{a} \tag{5}$$

şeklinde elde edilir ($k=1, 2, \dots, n-1$). GM(1,1) modeli, çözümü üstel fonksiyonlara dayalı özel bir modelleme yaklaşımıdır.

Tahmini veriler ise,

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \hat{x}^{(1)}(k + 1) - \hat{x}^{(1)}(k) \tag{6}$$

formülü ile üretilir.

3. BULGULAR VE TARTIŞMA

3.1. Gri Modelleme Teorisi Uygulaması

Aksaray ilinde 2004-2017 yılları arasında toplanan vergi miktarları aşağıdaki Tablo 1’de verilmiş olup bu veriler Türkiye İstatistik Kurumu’ndan alınan resmi verilerdir [14]. Bu verilerin kullanılarak, 2024 yılına kadarki vergi gelirlerinin tahmini de Tablo 1 de yer almaktadır.

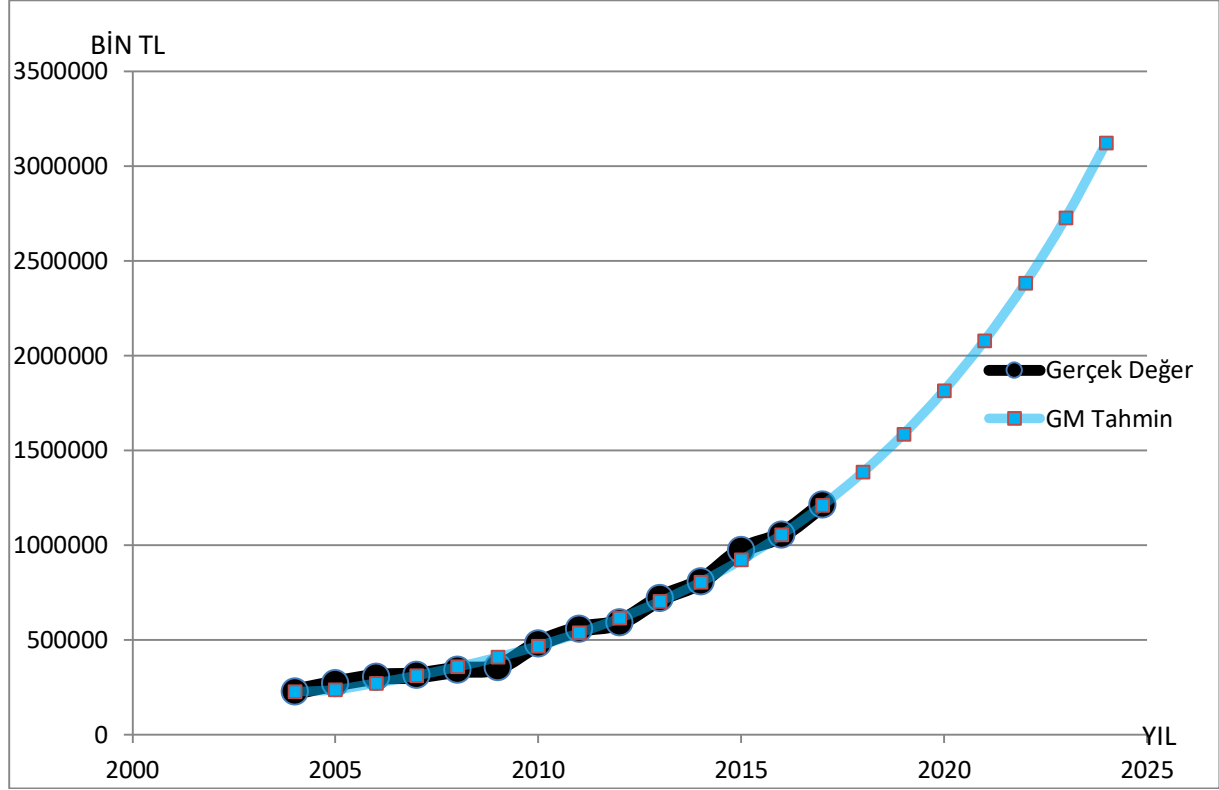
Tablo 1: Aksaray ili vergi gelirleri ve tahminleri.

Yıllar	Vergi Miktarı (Bin TL)	GM(1,1)	Hata Oranı (ε)
2004	226,036.84	226,036.85	0.00
2005	269,598.13	237,471.38	11.92
2006	304,073.25	271,948.50	10.56
2007	312,711.62	311,431.15	0.41
2008	340,913.91	356,646.06	4.61
2009	356,176.33	408,425.47	14.67
2010	479,431.67	467,722.44	2.44
2011	556,002.86	535,628.39	3.66
2012	591,759.29	613,393.22	3.66
2013	718,392.93	702,448.28	2.22
2014	807,958.16	804,432.74	0.44
2015	971,421.99	921,223.74	5.17
2016	1,053,877.04	1,054,970.96	0.10
2017	1,211,684.27	1,208,136.18	0.29
Ortalama Hata Oranı			5.46
Vergi Geliri Tahminleri (Bin TL)			
2018		1,383,538.58	
2019		1,584,406.66	
2020		1,814,437.62	
2021		2,077,865.47	
2022		2,379,538.91	
2023		2,725,010.59	
2024		3,120,639.33	

4. SONUÇLAR

Yapılan çalışmada Aksaray ilinin 2004-2017 yılları arasındaki vergi gelirleri ele alınarak sonraki yıllar için tahminler üretilmiştir. Oluşturulan model ile eldeki veriler karşılaştırılmış ve

ortalama hata, yaklaşık olarak %5.46 şeklinde hesaplanmıştır. Literatürde %10'un altındaki hata oranına sahip modeller için sonuçların kabul edilebilir olduğu verilmiştir [9].



Şekil 1: 2004-2024 yılları Aksaray vergi geliri

Hata hesaplaması,

$$\varepsilon(k) = \left| \frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \right| * 100 \quad (7)$$

ve ortalama hata,

$$Ortalama\ Hata = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \varepsilon(k) \quad (8)$$

şeklinde hesaplandı.

Sonuçlar gösteriyor ki, vergi gelirindeki artış, artan sanayi üretimi ve diğer etkenlere bağlı olarak üstel şekilde artış göstermektedir. Elde edilen bulgular, yerel ve genel yönetimlerin ekonomik politikalarının oluşturulmasında kullanılabilir keskinliktedir.

Kaynaklar

- [1] J.L.Deng, Control problem of grey system, Syst. Control Lett. 5 (1982) 288-294.
- [2] Yong-Huang Lin, Pin-Chan Lee, Ta-Peng Chang, Adaptive and high-precision grey forecasting model, Expert Syst. Appl. 36 (2009) 9658-9662.
- [3] S.F. Liu, Y.G. Dang, Z.G. Fang, Grey System Theory and its Application, third ed., Science Press, Beijing, 2004 (Chapter 5).

- [4] W. Zhou, J.-M. He, Generalized gm (1,1) model and its application in forecasting of fuel production, *Applied Mathematical Modelling* 37 (9) (2013) 6234-6243
- [5] S. Javed, S. Liu, Predicting the research output/growth of selected countries: application of even gm(1,1) and ndgm models, *Scientometrics*. 115 (1) (2018) 395-413.
- [6] S.-L. Ou, Forecasting agricultural output with an improved grey forecasting model based on the genetic algorithm, *Comput. Electron. Agric.* 85 (85) 80 (2012) 33-39.
- [7] B. Zeng, Y. Tan, H. Xu, J. Quan, L. Wang, X. Zhou, Forecasting the electricity consumption of commercial sector in Hong Kong using a novel grey dynamic prediction model, *J. Grey Syst.* 30 (1) (2018) 157-172.
- [8] S. Ene, N. Ozturk, Grey modelling based forecasting system for return How of end-of-life vehicles, *Technological Forecasting and Social Change* 117 (2018) 155-166.
- [9] X. Ma, Z. Liu, Application of a novel time-delayed polynomial grey model to predict the natural gas consumption in china, *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 324 (2017) 17-24.
- [10] J.Cui, S.F.Liu, B.Zeng, N.M. Xie, A novel grey forecasting model and its optimization, *Applied Mathematical Modelling* 37 (2013) 4399–4406
- [11] X. Ma, Z. Liu, Y. Wang, Application of a novel nonlinear multivariate grey bernoulli model to predict the tourist income of china, *J. Comput. Appl. Math.* 347 (2019) 84-94.
- [12] Z. X. Wang, Q. Li, L. L. Pei, A seasonal gm(1,1) model for forecasting the electricity consumption of the primary economic sectors, *Energy* 154 (2018) 522-534.
- [13] D. Akay, M. Atak, Grey prediction with rolling mechanism for electricity demand forecasting of turkey, *Energy* 32 (9) (2007) 1670-1675.
- [14] <http://www.tuik.gov.tr/UstMenu.do?metod=temelist>